LIAISON BAC PRO – BTS EN MATHEMATIQUES

**Activité : Calculs algébriques 2**

**Niveau :** Seconde bac pro (après Calculs algébriques 1). **Durée** : 1 h

|  |
| --- |
| **Objectifs** |
| Objectif général | **Développer, réduire une expression de la forme**$ \left(a+b\right)^{n}$**.** |
| Connaissances | Règles de base du calcul algébrique, identités remarquables, triangle de Pascal. |
| Capacités mathématiques | Utiliser le triangle de Pascal pour développer$(a+b)^{n}$.Améliorer la maîtrise du calcul littéral. |
| Attitudes transversales | Le goût de chercher et de raisonner.La rigueur et la précision. |
| Capacités cognitives | Capacité de représentation (par le sens des calculs à effectuer)Flexibilité mentale (par le changement de cadre et de présentation) |

|  |
| --- |
| **Déroulement** |
| **Etape 1**Formule du binôme.**Phase magistrale, interactive pour les exemples****Support** : Tableau/cahier | Précédemment (Calculs algébriques 1) nous avons vu que nous pouvions développer le binôme de degré deux $\left(a+b\right)²$ en utilisant l’identité remarquable$ \left(a+b\right)²=a^{2}+2ab+b^{2}$. Nous allons maintenant généraliser cela au développement des binômes de degré *n* entier quelconque$ (a+b)^{n}$.Pour cela nous utiliserons la formule du binôme (de Newton[[1]](#footnote-1)) :$$ (a+b)^{n}=\sum\_{k=0}^{n}\left(\begin{matrix}n\\k\end{matrix}\right)a^{n-k}b^{k}$$Les nombres$ \left(\begin{matrix}n\\k\end{matrix}\right)$, parfois notés$ C\_{k}^{n}$ , sont les coefficients binomiaux. On peut les calculer par la formule : $\left(\begin{matrix}n\\k\end{matrix}\right)=\frac{n!}{k!\left(n-k\right)!}$ avec $n!=1×2×3×…×(n-1)×n$Mais on les obtiendra plus aisément en utilisant le **triangle de Pascal**[[2]](#footnote-2).Pour développer$ (a-b)^{n}$ on remplace $b$ par $(-b)$ dans la formule du binôme. |
|  **Etape 2**Triangle de Pascal.**Phase magistrale, interactive.****Support** : Tableau/cahier | Le triangle de Pascal est une présentation des coefficients binomiaux $\left(\begin{matrix}n\\k\end{matrix}\right) $dans un triangle.🢩 Analyser et proposer une méthode de construction du triangle de Pascal ci-après.  Formule du binôme

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  | $$\left(a+b\right)=a+b$$ |
| 1 | 2 | 1 |  |  |  |  |  |  | $$\left(a+b\right)²=a^{2}+2ab+b^{2}$$ |
| 1 | 3 | 3 | 1 |  |  |  |  |  | $$\left(a+b\right)^{3}=a^{3}+3a²b+3ab^{2}+b^{3}$$ |
| 1 | 4 | 6 | 4 | 1 |  |  |  |  | $$\left(a+b\right)^{4}=a^{4}+4a^{3}b+6a²b^{2}+4ab^{3}+b^{4}$$ |
| 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 |  |  |  |  |
| 1 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 |  |  |  |
| 1 | 7 | 21 | 35 | 35 | 21 | 7 | 1 |  | $\left(\begin{matrix}n\\k\end{matrix}\right)$ : valeur à la ligne n colonne k du triangle de Pascal. |

… ( ! la numérotation des lignes et colonnes commence à zéro)Exemple d’application de la formule du binôme pour n = 2 : $$(a+b)^{2}=\sum\_{k=0}^{2}\left(\begin{matrix}2\\k\end{matrix}\right)a^{2-k}b^{k}=\left(\begin{matrix}2\\0\end{matrix}\right)a^{2}b^{0}+\left(\begin{matrix}2\\1\end{matrix}\right)a^{1}b^{1}+\left(\begin{matrix}2\\2\end{matrix}\right)a^{0}b^{2}=1a^{2}b^{0}+2a^{1}b^{1}+1a^{0}b^{2}=a^{2}+2ab+b^{2}$$ |
| **Etape 3**Triangle de Pascal. Formule du binôme.Applications.**Phase individuelle****Support** : élève/cahier | Construire un triangle de Pascal de 10 lignes.Retrouver dans ce triangle les valeurs : $\left(\begin{matrix}3\\2\end{matrix}\right)$ $\left(\begin{matrix}8\\5\end{matrix}\right)$ $\left(\begin{matrix}5\\5\end{matrix}\right)$ $\left(\begin{matrix}5\\1\end{matrix}\right)$ $\left(\begin{matrix}5\\3\end{matrix}\right)$ Développer :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *(3x + 2y)4* | *7x × (3x – 2y)3* | *(2Δ + 1)5* |
| *(2Δ − 1)5* | *2 × (3y + 2z)6* | *(a1 + a2)8* |

Factoriser : $x^{4}+4x^{3}y+6x^{2}y^{2}+4xy^{3}+y^{4}$ $x^{5}+4x^{4}y+6x^{3}y^{2}+4x^{2}y^{3}+xy^{4}$ |

1. Isaac Newton (4 janvier 1643 G – 31 mars 1727 G, ou 25 décembre 1642 J – 20 mars 1727 J) est un philosophe, mathématicien, physicien, alchimiste, astronome et théologien anglais. G : calendrier Grégorien, J : calendrier Julien. [↑](#footnote-ref-1)
2. Blaise Pascal (19 juin 1623 – 19 août 1662) est un mathématicien, physicien, inventeur, philosophe, moraliste et théologien français. [↑](#footnote-ref-2)