LIAISON BAC PRO – BTS EN MATHEMATIQUES

**Activité : Ordre de grandeur**

L'ordre de grandeur est un outil scientifique dont on peut avoir besoin lorsqu'on veut faire des comparaisons rapides et approximatives de deux nombres qui sont très différents.

**Exercice 1**

Quel est l’ordre de grandeur de la taille des objets suivants ?

fourmi : 1 km    1 dizaine de m    1 m    1 cm     1 mm
pouce : 1 km    1 dizaine de m    1 m    1 cm     1 mm
immeuble de 10 étages : 1 km    1 dizaine de m    1 m    1 cm     1 mm

**Détermination d'un ordre de grandeur**On dispose d'une définition mathématique qui permet de déterminer l'ordre de grandeur d'un nombre.

**L'ordre de grandeur d'un nombre** $a×10^{n}$ **est une puissance de 10 proche de ce nombre. On l'obtient en appliquant le critère suivant :
Si** $a<5$ **alors l'ordre de grandeur du nombre est** $10^{n}$: l'ordre de grandeur de $3,2×10^{2}$est $10^{2}$.
**Si** $a>5$ **alors l'ordre de grandeur est** $10^{n+1}$: l'ordre de grandeur de $7,3×10^{2}$ est $10^{3}$.
**Si** $a=5$**, on peut convenir que l'ordre de grandeur est** $10^{n+1}$**.**

**Exercice 2**

Donner les ordres de grandeur des valeurs suivantes :

a) Vitesse de la lumière : 299 792 458 m/s

b) Distance Paris-Strasbourg : 487,5 km

c) Charge électrique élémentaire : 1,6.10-19 C

d) Masse de la Tour Eiffel : 7 300 t

e) Diamètre du soleil : 1,4 million de km

f) Durée d'une année en s : 31 558 milliers de s

g) Volume d'eau pour fabriquer 1 t de papier : 300 000 L

h) Hauteur d'un arbre : 15 m

i) Epaisseur d'un cheveu : 80 µm

j) Taille d'un virus de la grippe : entre 10 et 400 nm

**Exercice 3**

1. On pose $x=10^{-15}$. Calculer $\frac{1+x-1}{x}$ à la main et à la calculatrice. Comment peut-on interpréter ces résultats ?

2. A l'aide d'une calculatrice, donner une valeur approchée de : $\frac{1}{10+ \frac{1}{10+ \frac{1}{10^{8}}}}$ ; $\frac{1}{10+ \frac{1}{10+ \frac{1}{10^{6}}}}$ ; $\frac{1}{10+ \frac{1}{10+ \frac{1}{10^{1}}}} $

Que peut-on en déduire ?

3. On désigne par $δ$ le nombre $5 628 941^{2}$. Donner un ordre de grandeur de $δ$.

4. La consommation de soins et de biens médicaux atteint 186,75 milliards d’euros en 2013 soit 2 843 € par habitant. Estimer la population française.

5. La distance Terre-Soleil est de 150 millions de km. Estimer le temps mis par la lumière pour arriver sur Terre.

6. Donner un ordre de grandeur des nombres suivants :

$$α=\frac{2154}{7985} ; β=\frac{9×14×11^{2}}{15×21×22} ; γ=0,1^{5}×\left(-0,001^{2}\right)×\left(-0,01\right)^{3}; ε=5×10^{3}×\frac{3}{4×10^{-2}}$$

**Réponses des exercices**

**Exercice 1**

fourmi : **1 mm**
pouce : **1 cm**

immeuble de 10 étages : **1 dizaine de m**

**Exercice 2**

a) Vitesse de la lumière : 299 792 458 m/s $\rightarrow 10^{8}$ **m/s**

b) Distance Paris-Strasbourg : 487,5 km $\rightarrow 10^{2}$ **km**

c) Charge électrique élémentaire : 1,6.10-19 C $\rightarrow 10^{-19}$**C**

d) Masse de la Tour Eiffel : 7 300 t $\rightarrow 10^{3}$ **t**

e) Diamètre du soleil : 1,4 million de km $\rightarrow 10^{6}$ **km**

f) Durée d'une année en s : 31 558 milliers de s $\rightarrow 10^{7}$**s**

g) Volume d'eau pour fabriquer 1 t de papier : 300 000 L $\rightarrow 10^{5}$ **L**

h) Hauteur d'un arbre : 15 m $\rightarrow 10$ **m**

i) Epaisseur d'un cheveu : 80 µm $\rightarrow 10^{-4} $**m**

j) Taille d'un virus de la grippe : entre 10 et 400 nm $\rightarrow entre 10^{-8} et 10^{-7}$ **m**

**Exercice 3**

1. A la main : $\frac{1+x-1}{x}=1$ (résultat exact) A la calculatrice : $\frac{1+x-1}{x}=0$ (résultat faux)

A la calculatrice, le calcul du numérateur $1+x-1$ donne 0 alors qu’on s’attend à obtenir $10^{-15}$. En effet les calculatrices sont programmées pour arrondir un calcul lorsque les ordres de grandeur des nombres à additionner différent dans un rapport supérieur à une certaine valeur ($10^{8}$ pour les moins performantes).

2. $\frac{1}{10+ \frac{1}{10+ \frac{1}{10^{8}}}}≈0,1$ ; $\frac{1}{10+ \frac{1}{10+ \frac{1}{10^{6}}}}≈0,1$ ; $\frac{1}{10+ \frac{1}{10+ \frac{1}{10^{1}}}}≈0,1$

On en déduit que $\frac{1}{10+ \frac{1}{10+ \frac{1}{10^{n}}}}≈\frac{1}{10}$ (le terme $\frac{1}{10+ \frac{1}{10^{n}}} $ est négligeable)

3. $δ$ = $5 628 941^{2}$ soit $δ≈\left(5×10^{6}\right)^{2}=25×10^{12}$ d’où un ordre de grandeur de $ 10^{13}$

4. $\frac{186,75×10^{9}}{2843}≈\frac{180×10^{9}}{3×10^{3}}=60×10^{6}$ soit 60 millions d’habitants

5. $\frac{150×10^{6}}{3×10^{5}}=500$ s environ 8 min

6. Donner un ordre de grandeur des nombres suivants :

$$α=\frac{2154}{7985}≈\frac{10^{3}}{10^{4}}=10^{-1}$$

$$β=\frac{9×14×11^{2}}{15×21×22}≈\frac{10×1,5×10×10^{2}}{1,5×10×2×10×2×10}=\frac{10}{4}≈1$$

$$γ=0,1^{5}×\left(-0,001^{2}\right)×\left(-0,01\right)^{3}=(10^{-1})^{5}×(-10^{-3})^{2}×(-10^{-2})^{3}=10^{-17}$$

$$ε=5×10^{3}×\frac{3}{4×10^{-2}}≈\frac{10^{3}}{10^{-2}}=10^{5}$$