



| | | |
|---|------------------------------|---|
| Théorème de Pythagore | Classe(s) : 4 ^{ème} |  académie Strasbourg |
| Introduire le théorème de Pythagore, démonstration du théorème. | | Education nationale  MINISTERE DE L'ÉDUCATION NATIONALE |

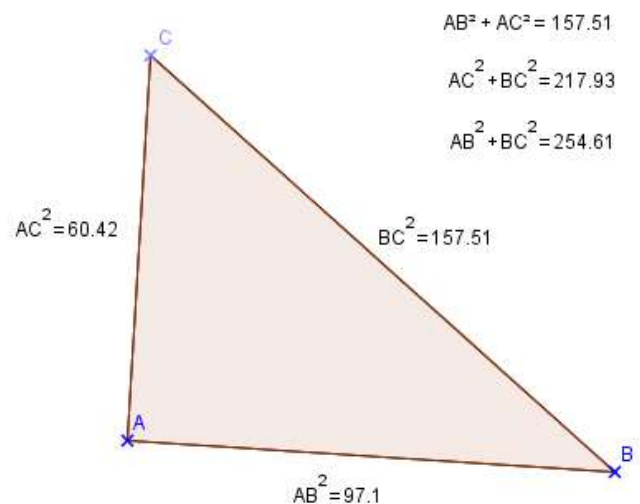
1) Objectifs

Mathématiques :

Conjecturer un théorème classique de géométrie et démontrer la conjecture.

TICE :

Utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique pour observer, en quelques coups de souris, un très grand nombre de figures possédant les mêmes propriétés associées de façon instantanée à des calculs.



2) Énoncé de l'exercice

Première partie : Construction

- 1) Créer un triangle ABC.
- 2)
 - a) Afficher la valeur de « AB^2 » avec un arrondi au dixième près.
 - b) Afficher de même les valeurs de :
 « AC^2 », « BC^2 », « $AB^2 + AC^2$ », « $AC^2 + BC^2$ » et « $AB^2 + BC^2$ »
Enregistrer le fichier en suivant les consignes du professeur.

Aide technique :

Avec **GeoGebra**, utiliser le mode « Insérer un texte » et saisir :

" $AB^2 =$ " + (segment[A,B]^2) en respectant rigoureusement la syntaxe.

Modifier éventuellement le nombre de décimales affichées dans le menu « Options ».

Avec **Déclic**, ouvrir la fenêtre de calcul et entrer : AB^2

Avec **Geoplan**, dans « Créer/Numérique/Calcul algébrique », entrer : AB^2 et nommer l'expression r1 . Puis dans « Créer/Affichage/Variable numérique déjà définie », rappeler le nom de la variable r1

Deuxième partie : Manipulation de la figure

À l'aide de la souris, déplacer les points A, B ou C de façon à rendre le triangle rectangle « à vue d'œil ». Observer les résultats des calculs affichés.

- Quelle **conclusion** semble se dégager des manipulations précédentes ?
- Quelle **condition** semble suffisante pour obtenir un tel résultat ?
- Les **condition** et **conclusion** énoncées sont celles du théorème de Pythagore. Compléter alors l'énoncé du théorème en respectant la structure de phrase qui suit :
Dans un triangle ABC, si ... « **condition** » ... alors ... « **conclusion** » ...

Consignes orales :

Une production écrite est demandée aux élèves. Celle-ci pourra être ramassée en fin d'heure ou donnée en devoir.

- Les élèves s'installent par groupes de deux devant les ordinateurs et travaillent en semi autonomie avec le logiciel de géométrie dans le but de réaliser la construction et de conjecturer le théorème.
- L'activité peut également se dérouler dans la salle de classe avec un poste informatique relié à un vidéoprojecteur. Dans ce cas, les élèves se munissent de quoi écrire afin de prendre des notes pendant les manipulations du professeur ou d'élèves volontaires.
- Les questions 3 et 4 ne seront données aux élèves qu'une fois la question 2 résolue !

3) Scénario

Classe de 4^{ème} – 28 élèves en classe entière

Durée : 1 heure

Contenu et organisation des séances :

Ce qui a été fait avant :

Mathématiques : L'activité qui se déroule en début de chapitre s'inscrit dans une progression classique du cours de maths en classe de quatrième.

Informatique : L'insertion de calculs associés à une figure demande une petite expérience dans l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique.

Le jour de la mise en œuvre (témoignage de l'enseignant) :

« La réalisation de la figure ne comprend pas de difficultés mais il est important de prévoir suffisamment de temps pour que tous les élèves puissent la réaliser et faire ensuite les manipulations leur permettant de conjecturer le théorème.

Dans le cas où l'activité est réalisée dans la salle de classe au vidéoprojecteur, il peut être pratique d'avoir créé la figure à l'avance pour gagner du temps. Cependant, les élèves s'approprient plus facilement la configuration, s'ils la construisent eux même ou si le professeur le fait devant eux.

Pour quelques élèves, la réalisation d'une construction réussie est un résultat

suffisant et satisfaisant ! Mais elle ne l'est évident pas pour le professeur. La mise en commun et la confrontation des idées permettra à tous les élèves d'atteindre les objectifs annoncés. »

Ce qui a été fait après :

1) Dans la leçon, nous rédigeons un exemple illustré par une figure réalisée à l'aide des outils classiques de géométrie. Puis nous formalisons le théorème de façon « officielle ».

Un peu d'histoire : Pythagore de Samos (-569 à -475) a fondé l'école pythagoricienne (à Crotona, Italie du Sud).

Le théorème de Pythagore bien connu des élèves de 4e, n'est en fait pas une découverte de Pythagore, il était déjà connu par les chinois et les babyloniens 1000 ans avant lui. Pythagore (ou ses disciples) aurait découvert la formule générale.

Les Égyptiens connaissaient aussi le théorème. Ils utilisaient la corde à 13 noeuds (régulièrement répartis) qui une fois tendue formait le triangle rectangle 3 ; 4 ; 5 et permettait d'obtenir un angle droit entre deux « longueurs ». Corde qui sera encore utilisée par les maçons du XXe siècle pour s'assurer de la perpendicularité des murs.

2) Dans un deuxième temps on pourra démontrer la conjecture établie dans la première partie. On pourra vidéo-projeter les figures 1 et 2.

Troisième partie : Démonstration

On a disposé huit triangles rectangles identiques dans deux carrés de côté $a + b$

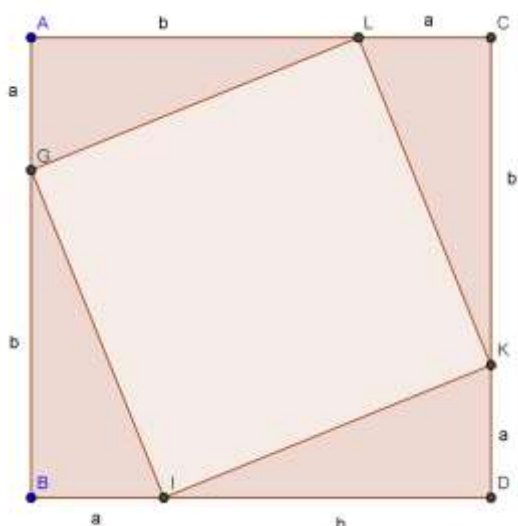


figure 1

(pythagore_figure1.ggb à vidéoprojeter)

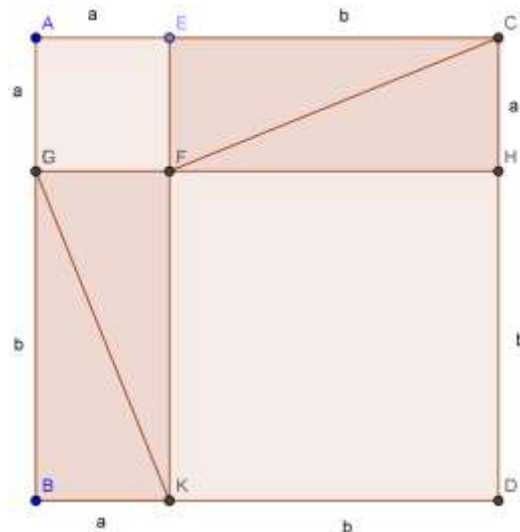


figure 2

(pythagore_figure2.ggb à vidéoprojeter)

1) Figure 1

- Démontrer que le quadrilatère GLKI est un losange. On note c la longueur de ses côtés.
- Dans le triangle AGL, que peut-on dire des angles \widehat{AGL} et \widehat{GLA} ?
- En déduire que $\widehat{GLA} + \widehat{KLC} = 90^\circ$.
- En déduire la nature du quadrilatère GLKI et exprimer son aire en fonction de c .

2) Figure 2

On admettra que les quadrilatères AEFG et FHDK sont bien des carrés.
Exprimer en fonction de a et b, l'aire des carrés AEFG et FHDK.

3) Bilan

- Comparer les aires des surfaces claires des figures 1 et 2 (voir l'aide : figure dynamique Demo_Pythagore.ggb)
- En déduire que : $a^2 + b^2 = c^2$

Les outils nécessaires ou utiles :

Matériel :

En salle multimédia : Un poste informatique par binôme.

En salle de classe : Un poste informatique relié à un vidéoprojecteur

Logiciel :

Un logiciel de géométrie dynamique ([GeoGebra](#), [Déclic](#), [Geoplan](#), ...)

L'évaluation

Compétences B2I :

C.1.1 : Je sais m'identifier sur un réseau ou un site et mettre fin à cette identification.

C.1.2 : Je sais accéder aux logiciels et aux documents disponibles à partir de mon espace de travail.

C.3.6 : Je sais utiliser un outil de simulation (ou de modélisation) en étant conscient de ses limites.

Compétences mathématiques (grille d'évaluation) :

| Compétences | |
|-------------|--------------------------------------|
| M1 | Réaliser une production de qualité |
| M2 | Faire une recherche active |
| M3 | Énoncer une conjecture |
| M4 | Savoir utiliser les outils du cours |
| M5 | Rédiger une démonstration structurée |
| M6 | Rédiger une démonstration complète |

Commentaires :

M1 :

La production réalisée peut être une construction, un programme de construction, un tableau à compléter, des calculs à effectuer, ...

L'élève a réussi à intégrer la problématique et a su utiliser l'outil informatique pour apporter des réponses aux objectifs énoncés.

M2 :

La recherche est organisée. La démarche expérimentale est dynamique et autonome.

L'élève développe lui-même les outils de son expérience : il demande par exemple d'utiliser un outil informatique plutôt qu'un autre.

La narration de la recherche permet de dégager les différentes pistes ou essais qui n'ont pas nécessairement abouti : descriptions, dessins, schémas, ...

Si l'activité se fait en groupe, tous les élèves auront participé à la recherche.

M3 :

La conjecture énoncée peut être fausse mais cohérente avec la problématique énoncée. L'élève doit être convaincu de sa conjecture.

L'élève sait distinguer le statut d'une conjecture à celui d'une propriété démontrée.

M4 :

L'élève sait appliquer ses connaissances mathématiques à bon escient.

M5 :

L'élève rédige un raisonnement cohérent à partir des données de l'énoncé mais qui n'aboutit pas nécessairement.

La rédaction, rigoureuse et organisée, s'appuie sur les outils du cours.

M6 :

La démonstration a abouti même si la rédaction n'est pas rigoureuse et structurée.

L'élève fait référence aux données nécessaires et a choisi les outils appropriés.