

Promenade sur un demi-cercle

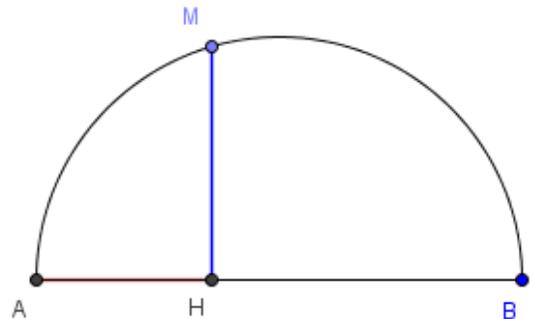
Classe(s) : 2^{nde}



Une situation géométrique menant à une inéquation résoluble à l'aide d'un tableau de signe.

1) Objectifs

- Utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique pour conjecturer.
- Mise en inéquation, tableau de signe.



2) Énoncé de l'exercice

- 1) Construire, sur un segment $[AB]$ de longueur 10, le demi-cercle de diamètre $[AB]$ et placer un point M sur ce demi-cercle. Construire le projeté orthogonal H du point M sur le segment $[AB]$. Tracer le segment $[HM]$.
- 2) Conjecturer, à l'aide du logiciel, la position du point H sur le segment $[AB]$ pour que la longueur HM soit inférieure ou égale à la moitié de AH .
- 3) On rappelle que $HM^2 = AH \times BH$.

Soit x la longueur AH , en utilisant l'indication précédente, mettre le problème en inéquation puis démontrer votre conjecture.

Consignes orales :

Une production écrite est demandée aux élèves.

La conjecture est validée en appelant le professeur.

La mise en inéquation et la résolution sont à rendre sur une feuille pour la fin de l'heure, voire pour la séance suivante pour les moins rapides.

3) Scénario

Deux classes de seconde – 4 groupes de module de 16 à 18 élèves.

Un ordinateur par élève.

Durée : 1 heure

Contenu et organisation des séances :

Ce qui a été fait avant :

- L'exercice se place dans le chapitre sur le second degré : fonction carré et résolution d'équation et inéquation du second degré avec factorisation et tableau de signe.
- Le chapitre sur les triangles semblables a été fait plusieurs semaines auparavant.
- Dans une classe la démonstration $HM^2 = AH \times BH$ a été faite en exercice à la maison (triangles semblables) puis corrigée la veille de la séance. Pour l'autre classe l'égalité a été admise pour la séance puis demandée en exercice à la maison pour la séance suivante.

Le jour de la mise en œuvre (témoignage de l'enseignant) :

L'exercice a été testé dans deux classes de seconde très différentes : d'abord une classe de bon niveau avec l'énoncé ci-dessus puis une classe plus faible (classe à option art-plastique lourde se dirigeant vers une première L) avec un énoncé plus guidé (voir en annexe).

Les élèves sont familiarisés avec le logiciel de géométrie dynamique dans les deux classes, la construction ne pose que peu de problèmes.

Environ un tiers d'entre eux font appel à l'enseignant après avoir fait la construction car ils « ne comprennent pas la question ». Avec quelques indications pour les plus perdus (mise en couleur des segments concernés, fenêtre algébrique ...) la conjecture est énoncée.

La mise en inéquation est plus laborieuse et demande du temps à beaucoup d'entre eux.

L'équivalence entre : $HM^2 \hat{=} \frac{AH^2}{4}$ et : $HM \hat{=} \frac{AH}{2}$ ne gêne que les élèves les plus scrupuleux et sera l'occasion de revenir sur les variations de la fonction carré à la séance suivante. Les autres « mettent au carré ».

Sur les deux groupes, douze élèves (sept dans la deuxième classe) rendent leur feuille à la fin de la séance. Les autres n'ont pas le temps de finir et ont pour consigne de résoudre l'inéquation, énoncée à tous en fin de séance, pour le cours suivant.

Les outils nécessaires ou utiles :

Matériel :

Une salle informatique, un ordinateur par élève.

Logiciel :

Logiciel de géométrie dynamique.

L'évaluation

Compétences B2I :

C.1.2 : Je sais accéder aux logiciels et aux documents disponibles à partir de mon espace de travail.

C.2.4 : Je m'interroge sur les résultats des traitements informatiques (calcul, représentation graphique, correcteur...)

Compétences mathématiques (grille d'évaluation) :

Compétences	
M1	Réaliser une production de qualité
M2	Faire une recherche active
M3	Énoncer une conjecture
M4	Savoir utiliser les outils du cours
M5	Rédiger une démonstration structurée
M6	Rédiger une démonstration complète

Commentaires :

M1 :

La production réalisée peut être une construction, un programme de construction, un tableau à compléter, des calculs à effectuer, ...

L'élève a réussi à intégrer la problématique et a su utiliser l'outil informatique pour apporter des réponses aux objectifs énoncés.

M2 :

La recherche est organisée. La démarche expérimentale est dynamique et autonome. L'élève développe lui-même les outils de son expérience : il demande par exemple d'utiliser un outil informatique plutôt qu'un autre.

La narration de la recherche permet de dégager les différentes pistes ou essais qui n'ont pas nécessairement abouti : descriptions, dessins, schémas, ...

Si l'activité se fait en groupe, tous les élèves auront participé à la recherche.

M3 :

La conjecture énoncée peut être fausse mais cohérente avec la problématique énoncée. L'élève doit être convaincu de sa conjecture.

L'élève sait distinguer le statut d'une conjecture à celui d'une propriété démontrée.

M4 :

L'élève sait appliquer ses connaissances mathématiques à bon escient.

M5 :

L'élève rédige un raisonnement cohérent à partir des données de l'énoncé mais qui n'aboutit pas nécessairement.

La rédaction, rigoureuse et organisée, s'appuie sur les outils du cours.

M6 :

La démonstration a abouti même si la rédaction n'est pas rigoureuse et structurée.

L'élève fait référence aux données nécessaires et a choisi les outils appropriés.

Annexe : Version plus guidée de l'énoncé

- 1) Construire un segment [AB] de longueur 10.
- 2) Construire le demi-cercle de diamètre [AB] et placer un point libre M sur ce demi-cercle.
- 3) Construire le projeté orthogonal H du point M sur le segment [AB]. Tracer le segment [HM].
- 4) Conjecturer, à l'aide du logiciel, pour quelle distance AH, la longueur HM est inférieure ou égale à la moitié de AH :

Démonstration de la conjecture :

- 5) Démontrer que $HM^2 = AH \times BH$ (pour mardi).

On appelle x la longueur AH.

- 6) a) Quelles sont les valeurs possibles pour x ?
- b) Calculer HM^2 en fonction de x :
- c) Traduire par une inéquation la question posée :
- d) Expliquer pourquoi cette inéquation est équivalente à : (I) : $\frac{x^2}{4} \geq x(10-x)$:
- e) Résoudre l'inéquation (I) :