

Étude d'une courbe

Énoncé

On considère, dans le plan rapporté à un repère orthonormé, l'ensemble des points défini par

$$\mathcal{C} = \left\{ M(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0 \text{ et } \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \right\}$$

1. À l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice graphique, donner une représentation graphique de l'ensemble \mathcal{C} .

Remarque : on pourra exprimer y en fonction de x .

On constate que cette représentation graphique est une courbe qui ressemble à un quart de cercle. **On admet de plus que \mathcal{C} est une courbe tangente aux axes de coordonnées.**

Appeler le professeur, lui montrer la figure et lui indiquer comment elle a été obtenue.

On se propose de répondre à la question (Q) : \mathcal{C} est-il un quart de cercle ?

2. Déterminer une équation du cercle Γ tangent aux axes de coordonnées aux mêmes points que \mathcal{C} . Le tracer sur la même figure. Quelle réponse à la question (Q) peut-on conjecturer ?

Appeler le professeur, lui montrer la figure complète, lui indiquer la réponse conjecturée à la question (Q) ainsi que les stratégies prévues pour la démonstration.

3. Démontrer la conjecture trouvée et répondre à la question (Q).

Production demandée

- Recopie d'écran ou impression d'écran donnant \mathcal{C} et Γ mettant en évidence la conjecture.
- Démonstration de la réponse à la question (Q).