LIAISON BAC PRO – BTS EN MATHEMATIQUES

**Activité : Fonction dérivée**

**Niveau :** Terminale bac pro (après le module « Nombre dérivé d’une fonction en *a* »). **Durée** : 2 h

|  |  |
| --- | --- |
| **Objectifs** | |
| Objectif général | **Calculer la dérivée d’une fonction *f* sur un intervalle *I.*** |
| Connaissances | Concept de limite et dérivabilité.  Améliorer la maîtrise du calcul littéral. |
| Capacités mathématiques | Développer, réduire, simplifier une expression littérale.  Calculer la limite d’une expression littérale en *h* quand *h* tend vers zéro.  Utiliser un tableau de dérivées usuelles pour calculer la dérivée d’une fonction quelconque. |
| Attitudes transversales | Le goût de chercher et de raisonner.  La rigueur et la précision. |
| Capacités cognitives | Capacité de représentation (par le sens des calculs à effectuer)  Flexibilité mentale (par le changement de cadre et de présentation) |

|  |  |
| --- | --- |
| **Déroulement** | |
| **Etape 1**  Rappel et généralisation à toutes les valeurs d’un intervalle I de la notion de nombre dérivé étudié lors de la séance précédente.  Introduction de la notion de dérivabilité.  (Reprise du schéma du taux d’accroissement).  **Phase magistrale**  **Support** : Tableau/cahier | Dans l’activité précédente (nombre dérivé d’une fonction en *a*) on a calculé le nombre dérivé de la fonction carré définie par en *a* = 5, puis en *a* = 2, *a* = 3, *a* = − 3 et *a* = 0.  On va maintenant étudier la **dérivabilité** et calculer le nombre dérivé de cette fonction en *a*, *a* un nombre réel quelconque.  *f* étant définie sur *I* contenant *a* et *a+h*, elle est dérivable en *a* si le taux d’accroissement tend vers un nombre réel lorsque *h* tend vers *0*.  Dans ce cas, le nombre dérivé de *f* en *a* est : .  Pour , . Lorsque *h* tend vers *0* le taux d’accroissement tend vers . La fonction carré est donc dérivable en *a* et . |
| **Etape 2**  Définir la fonction dérivée.  **Phase magistrale**  **Support** : Tableau/cahier | On a montré que la fonction carré est dérivable en *a* quel que soit *a* avec .  On peut alors considérer une nouvelle fonction , notée qui à tout *x* de l’intervalle *I* associe le nombre dérivé de la fonction .  Une fonction *f* est dérivable sur un intervalle *I* si *f* est définie sur *I* et dérivable en tout point de l’intervalle *I*.  La fonction, définie sur l’intervalle *I*, qui à tout réel *x* de l’intervalle *I* associe le nombre dérivé de *f* en *x* est appelée **fonction dérivée** de *f* ; elle est notée *f* '. |
| **Etape 3**  Appliquer la définition à une nouvelle fonction.  **Phase individuelle**  **Support** : élève/cahier | Soit la fonction *f* définie par sur . Déterminer la fonction *f* ' dérivée de *f*  après avoir montré que *f* est dérivable sur .  donc :  *Pour les plus rapides et les plus experts :*  Soit la fonction *f* définie par sur . Déterminer la fonction *f* ' dérivée de *f*.  Pour cela, utiliser l’identité remarquable : |
| **Etape 4**  Fonctions dérivées usuelles et opérations.  **Phase magistrale**  **Support** : Tableau & formulaire | Tableau des dérivées usuelles : fonctions , domaine de définition et de dérivabilité, fonctions dérivées.  À partir des fonctions de référence on peut fabriquer d’autres fonctions par addition, multiplication, quotient. Les dérivées de ces nouvelles fonctions sont calculées à partir des dérivées des fonctions usuelles en appliquant des règles de dérivation sur les opérations .  On peut ensuite montrer aisément en reprenant la définition de la dérivée que et . |
| **Etape 5**  Applications.  **Phase individuelle**  **Support** : élève/cahier | On trouve toutes sortes d’applications directes de calcul de fonctions dérivées.  On pourra finir par des applications contextualisées pour lesquelles la dérivée fait sens. |