LIAISON BAC PRO – BTS EN MATHEMATIQUES

**Activité : Equations du second degré**

**Niveau :** Première bac pro. **Durée** : 2h

|  |
| --- |
| **Objectifs** |
| Objectif général | **Résoudre algébriquement une équation du second degré à une inconnue.** |
| Connaissances | Concept d’équation algébrique.Améliorer la maîtrise du calcul littéral. |
| Capacités mathématiques | Développer, factoriser, réduire, simplifier une expression littérale. |
| Attitudes transversales | Le goût de chercher et de raisonner.La rigueur et la précision. |
| Capacités cérébrales | Capacité de représentation (par le sens des calculs à effectuer)Flexibilité mentale (par le changement de cadre et de présentation) |

|  |
| --- |
| **Déroulement** |
| **Etape 1**Rappels **Phase magistrale****Support** : Tableau | Une équation du second degré est une équation de la forme $ax^{2}+bx+c=0$ (avec $a\ne 0$)L’existence des solutions dépend du signe du discriminant : $∆=b^{2}-4ac$ |
| **Etape 2.1**Résoudre algébriquement des équations.Rappel : $A×B=O $$$si A=0 ou B=0$$**Phase individuelle****Support** : Cahier | Résoudre les équations :

|  |  |
| --- | --- |
| $$x^{2}+3x+2=0$$ | $$\left(x-5\right)\left(x+3\right)+16=0$$ |
| $$-x^{2}+2x-3=0$$ | $$\left(x-5\right)\left(x+5\right)+26=0$$ |
| $$x^{2}-1=0$$ | $$(x-2)^{2}-1=0$$ |
| $$x^{2}-8x+16=0$$ | $$x^{3}+2x^{2}-3x=0$$ |

 |
| **Etape 2.2**Identités remarquables : utiles quand l’équation est sous une forme particulière**Phase magistrale puis individuelle****Support** : Prof/Tableau et élève/cahier | Les identités remarquables sont des égalités toujours vraies qui s’appliquent à des nombres (notés *a* et *b* dans la suite). En utilisant les identités remarquables si nécessaire, résoudre les équations :

|  |  |
| --- | --- |
| $$\left(x-5\right)\left(x+5\right)+26=0$$ | $$\left(x+1\right)\left(x-1\right)+5=0$$ |
| $$x^{2}+6x+9=0$$ | $$9x^{2}-25=0$$ |
| $$x^{2}-6x+9=0$$ | $$\left(x+3\right)^{2}= \left(x-4\right)^{2}$$ |

 |
| **Etape 3.1**Factoriser un polynôme du 2nd degré**Phase magistrale puis individuelle****Support** : Prof/Tableau et élève/cahier | Soit un polynôme $P\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$. Factoriser ce polynôme revient à l'écrire sous la forme d'un produit de polynômes du 1er degré. Pour ce faire, il faut rechercher les solutions de l'équation $P\left(x\right)=0$ en calculant le discriminantΔ.

|  |  |
| --- | --- |
| $$∆>0$$ | $$P\left(x\right)=a\left(x-x\_{1}\right)\left(x-x\_{2}\right) avec x\_{1} et x\_{2} solutions de P\left(x\right)=0$$ |
| $$∆=0$$ | $$P\left(x\right)=a\left(x-x\_{0}\right)^{2}avec x\_{0} solution double de P\left(x\right)=0$$ |
| $$∆<0$$ | Factorisation impossible |

Factoriser les polynômes : $P\_{1}\left(x\right)=5x^{2}+5x-10 ; P\_{2}\left(x\right)=3x^{2}+5x-12$  |
| **Etape 3.2**Déterminer le signe d’un polynôme du 2nd degréRemarque : dans le cas où le polynôme P(x) a une racine ou aucune racine, son signe est celui de a. | Pour déterminer le signe d'un polynôme du 2nd degré $P\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$, on étudie dans un tableau le signe de la forme factorisée de *P(x)*.Exemple : Etudier le signe de $P\left(x\right)=x^{2}+4x-21 sur \left]-10 ;10 \right[$. Forme factorisée : $P\left(x\right)=\left(x-3\right)\left(x+7\right)$Tableau de signes de *P(x)*:

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | -10 -7 3 10 |
| $$x-3$$ |  - - 0 + |
| $$x+7$$ |  - 0 + + |
| P(x) |  + 0 - 0 + |

Déterminer le signe des polynômes : $P\_{1}\left(x\right)=x^{2}+2x-3 ; P\_{2}\left(x\right)=-2x^{2}+4x-3$Résoudre des inéquations du type $3x^{2}+5x-12>0$  (algébriquement et graphiquement) |