LIAISON BAC PRO – BTS EN MATHEMATIQUES

**Activité : Inéquations du premier degré à une inconnue**

**Une inéquation du 1er degré à 1 inconnue *x* est une contrainte sur l’inconnue *x* faisant intervenir une ou deux expressions en *x* du 1er degré et un signe d’inégalité < , ≤ , > ou ≥.**

Exemples : 3*x* – 4 > 14 *x* - 2 ≤ 10 + 5*x*

**Résoudre une inéquation c’est trouver l’ensemble des nombres *x* vérifiant l’inégalité.**

Pour résoudre une inéquation, on précisera toujours dans quel ensemble on cherche les solutions : ensemble des entiers naturels, ensemble des réels, intervalle [a ; b], …

La résolution peut se faire graphiquement et plus rigoureusement par le calcul (algébriquement). L’utilisation des TIC peut aussi être envisagée.

**Règles :** Quels que soient les nombres A, B et C.

Si A < B alors B > A

Si A < B alors A ± C < B ± C

Si A < B et si C est positif non nul alors AC < BC ou A/C < B/C

Si A < B et si C est négatif non nul alors AC > BC ou A/C > B/C



Exemple 1

Résoudre dans R : 3*x* – 4 > 14

3*x* – 4 > 14

3*x* > 14 + 4

3*x* > 18

*x* > 18/3

*x* > 6



Exemple 2

Résoudre dans R : *x* - 2 ≤ 5(2 + *x*)

*x* - 2 ≤ 5(2 + *x*)

*x* – 2 ≤ 10 + 5*x*

*x* – 5x ≤ 10 + 2

-4*x* ≤ 12

*x* ≥ 12/(-4)

*x* ≥ -3

**Exercice 1-** Résoudre algébriquement dans l’ensemble $R$ des réels :

3*x* + 1 < 5*x*  8*x* + 3 > 0  8*t* + 3 ≤ 1 – *t*  -2*z* + 1 > 4*z* + 5

**Exercice 2-** Résoudre graphiquement avec les TIC dans l’ensemble $R$ des réels : 5 – 2*x* ≤ 4*x* + 1

**Exercice 3-** Résoudre algébriquement dans l’ensemble $N$ des entiers naturels : 1,8x + 16 > 2,1x + 13

**Exercice 4-** Résoudre algébriquement dans l’intervalle [0 , 1000] : 14 – 0,025*x* > 12

**Exercice 5-** Résoudre dans $R$ :

$4\left(-3x-9\right)-5\left(7x-2\right)<5x-7$ $-10x+9-2\left(-3x-4\right)<5\left(10x-3\right)$

$5\left(2x-9\right)+4\left(-5x+6\right)<\frac{5(-5x-7)}{4}$ $-2\left(-4x+9\right)+\frac{5\left(9x+10\right)}{4}<\frac{5(10x-8)}{5}+\frac{3(9x-4)}{6}$

**Inéquation de la forme** $A\left(x\right)×B\left(x\right)<0$

$A\left(x\right)$ et $B(x)$ sont deux expressions en *x* du 1er degré

**Méthode de résolution** : On étudie le signe des différents facteurs, puis on fait la synthèse dans un tableau pour connaître le signe du produit.

Exemple : $3x\left(4-x\right)\left(7+5x\right)\geq 0$ soit $S=\left]-\infty ; -1,4\right]∪\left[4 , +\infty \right]$

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | -∞ -1,4 0 4 +∞ |
| 3*x* |  - - 0 + + |
| 4 - *x* |  + + + 0 - |
| 7 + 5*x* |  - 0 + - - |
| 3*x*(*x* – 4)(7 + 5*x*) |  + 0 - 0 - 0 + |

**Exercice 6-** Résoudre dans $R$ : $\left(3x-9\right)\left(7x-2\right)\leq 0$ ; $(9-2x)\left(x+2\right)\left(-3x+12\right)>0$

**Exercice 7-** Résoudre dans $R$ : $\frac{10x-1}{4x-5}\geq 0$ ; $\frac{2x(x+10)}{6-x}>0$

**Réponses des exercices**

**Exercice 1-** Résoudre algébriquement dans l’ensemble $R$ des réels :

$3x+1<5x$ $x>\frac{1}{2}$$S=\left]\frac{1}{2};+\infty \right[$

$8x+3<0$ $x<\frac{-3}{8}$$S=\left]-\infty ; \frac{-3}{8}\right[$

$8t+3\leq 1-t$ $t\leq \frac{-2}{9}$$S=\left]-\infty ; \frac{-2}{9}\right]$

$-2z+1<4z+5$ $z>-\frac{2}{3}$$S=\left]-\frac{2}{3};+\infty \right[$

**Exercice 2-** Résoudre graphiquement avec les TIC dans l’ensemble $R$ des réels : $5-2x\leq 4x+1$

 soit$S=\left[0,7 ;+\infty \right[$(la lecture de *x* est approximative)

**Exercice 3-** Résoudre algébriquement dans l’ensemble $N$ des entiers naturels :

$1,8x+16>2,1x+13$ $x<10$$S=\left\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\right\}$

**Exercice 4-** Résoudre algébriquement dans l’intervalle [0 , 1000] :

$14-0,025x>12$ $x<80$$S=\left[0 ; 80\right[$

**Exercice 5-** Résoudre dans $R$ :

$4\left(-3x-9\right)-5\left(7x-2\right)<5x-7$ $x<-\frac{19}{52}$$S=\left]-\infty ; -\frac{19}{52}\right[$

$-10x+9-2\left(-3x-4\right)<5\left(10x-3\right)$ $x>\frac{16}{27}$$S=\left]\frac{16}{27} ; +\infty \right[$

$5\left(2x-9\right)+4\left(-5x+6\right)<\frac{5(-5x-7)}{4}$ $x>\frac{16}{27}$$S=\left]\frac{16}{27} ; +\infty \right[$

$-2\left(-4x+9\right)+\frac{5\left(9x+10\right)}{4}<\frac{5(10x-8)}{5}+\frac{3(9x-4)}{6}$ $x<-\frac{18}{19}$$S=\left]-\infty ; -\frac{18}{19}\right[$

**Exercice 6-** Résoudre dans $R$ :

$\left(3x-9\right)\left(7x-2\right)\leq 0$ $S=\left[\frac{2}{7} ; 3\right]$

$(9-2x)\left(x+2\right)\left(-3x+12\right)>0$ $S=\left]-2 ; 4\right[∪\left]4,5 ; +\infty \right[$

**Exercice 7-** Résoudre dans $R$ :

$\frac{10x-1}{4x-5}\geq 0$ $S=\left]-\infty ; 0,1\right]∪\left]1,25 ; +\infty \right[$

$\frac{2x(x+10)}{6-x}>0$ $S=\left]-\infty ; -10\right[∪\left]0 ; 6\right[$