Vers l’intervalle de fluctuation asymptotique :

**I) Rappels de première :**

1) *On sait que dans la population française d’enfants de 11 à 14 ans, le pourcentage d’enfants ayant déjà eu une crise d’asthme est de 13%.*

*Un médecin d’une ville est surpris du nombre important d’enfants le consultant ayant des crises d’asthme et en informe les services sanitaires. Ceux–ci décident d’entreprendre une étude en sélectionnant de manière aléatoire 100 jeunes de 11 à 14 ans de la ville et d’évaluer la proportion de ces enfants ayant déjà eu des crises d’asthme.*

a) Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire X qui à un échantillon de taille 100 associe le nombre de jeunes possédant le caractère « avoir eu une crise d’asthme » ?

b) Quelle est l’espérance de cette loi, quel est l’écart-type de cette loi ?

c) Soit  la variable aléatoire qui donne la fréquence associée à  . Quel est un intervalle de fluctuation à 95% de *F* ? I = [……….. ; ………]

d) L’étude réalisée a dénombré 19% de jeunes ayant déjà eu des crises d’asthme.

Le médecin peut-il remettre en cause l’hypothèse que dans sa ville, la proportion de jeunes ayant eu une crise d’asthme est la même que la proportion nationale ?

2) *Le médecin n’est pas convaincu par cette étude et en demande une autre : cette fois, l’étude est réalisée sur un échantillon de 200 jeunes de 11 à 14 ans et elle dénombre 37 jeunes (soit 18,5%) ayant eu une crise d’asthme.*

a) Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire X qui à un échantillon de taille 200 associe le nombre de jeunes possédant le caractère « avoir eu une crise d’asthme » ?

b) Quelle est l’espérance de cette loi, quel est l’écart-type de cette loi ?

c) Quel est un intervalle de fluctuation à 95% de ? I = [……….. ; ………]

d) Cette nouvelle étude remet-elle en cause l’hypothèse faite sur la proportion d’enfants ayant eu une crise d’asthme dans la ville?

**II) Vers un intervalle de fluctuation asymptotique :**

Considérons à présent la variable aléatoire  associée à un échantillon de taille *n* et qui suit donc une loi binomiale de paramètres avec .

1) a) Quelle est l’espérance de cette loi ? Quel est son écart-type ?

b) Comment appelle-t-on la variable aléatoire :  ?

2) a) Compléter le théorème suivant appelé « théorème de De Moivre-Laplace »



b) Pour Z variable aléatoire suivant la loi , quel est le nombre  tel que :  ?

c) On peut donc écrire : 

3) Soit  la variable aléatoire qui donne la fréquence associée à  ;

a) Justifier l’égalité  :

b) On peut alors écrire : 

c) **Conclusion :**

La probabilité que  prenne ses valeurs dans l’intervalle :  
  
  = …………………………………….  
  
se rapproche de 0,95 quand la taille *n* de l’échantillon devient grande.

** est appelé un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95**

**III) Retour au problème initial :**

a) Pour un échantillon de taille 100 : calcul de 

Comparer avec le résultat obtenu dans la partie I.

Quelle conclusion peut tirer le médecin avec cet intervalle ?

b) Pour un échantillon de taille 200 : calcul de 

Comparer avec le résultat obtenu dans la partie I.

Quelle conclusion peut tirer le médecin avec cet intervalle ?

c) Quel est l’intérêt du calcul de ces intervalles par rapport à ceux obtenus dans la partie I ?