



Somme de vecteurs	Classe(s) : 2 ^{nde} ,(1S)	 
<i>Propriétés vectorielles du centre de gravité.</i>		

1) Objectifs

- **Maths** : Travailler la somme de vecteurs (constructions et démonstrations à l'aide de la relation de Chasles) sur le thème des propriétés de l'isobarycentre dans un triangle.
- **Tice** : Créer et observer une figure dynamique à partir d'un problème.

2) Énoncé de l'exercice

1°) ABC est un triangle. Existe-t-il un point D du plan tel que $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0}$? Justifier

2°) Le point D est celui déterminé à la question 1°.

Que peut-on dire de la somme $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC}$ quel que soit le point E du plan ? Justifier.

Énoncé détaillé :

Consignes : L'élève dispose d'un logiciel de géométrie dynamique, il lui est demandé de :

- faire contrôler régulièrement par le professeur, qui viendra cocher les cases des tableaux ci-dessous, les démarches effectuées. Rendre la feuille d'énoncé.
- rendre une copie avec un dessin sur lequel apparaissent les conjectures et avec les démonstrations rédigées.

1°) ABC est un triangle. Existe-t-il un point D du plan tel que $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0}$? Justifier

Démarches effectuées	Oui	Non	Partiel
Construction du triangle, du point D et de la somme vectorielle			
Conjecture sur la position de D après déplacement du point D			
Tracés permettant de contrôler si la conjecture est valable			
Pour la démonstration			
Écriture vectorielle de la propriété à démontrer			
Démonstration sans aide de la conjecture			
Démonstration de la conjecture avec l'indication n°1			
Démonstration de la conjecture avec l'indication n°2			

2°) Le point D est celui déterminé à la question 1°.

Que peut-on dire de la somme $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC}$ quel que soit le point E du plan ? Justifier.

Démarches effectuées	Oui	Non	Partiel
Construction de E et de la nouvelle somme vectorielle			
Conjecture sur la somme vectorielle après déplacement du point E			
Pour la démonstration			
Ecriture vectorielle de la propriété à démontrer			
Démonstration sans aide de la conjecture			
Démonstration de la conjecture avec l'indication n°1			

3) Scénario

- Contenu et organisation de la séance

- i. **Ce qui a été fait avant** (2 heures) : rappels de cours sur la somme de vecteurs, exercices de construction, exercices de transformations d'égalités vectorielles à l'aide de la relation de Chasles. En particulier : démonstration de $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$ pour I milieu de [AB]. Pour la 2^{ème} partie, il faut avoir abordé la notion de vecteurs colinéaires.

- ii. **Le jour de la mise en œuvre** : (1 heure) : en salle informatique,

Distribution de l'énoncé avec les consignes,
Lancement du logiciel GeoGebra, quelques explications pour la prise en main du logiciel : commentaires sur les commandes pour créer des points, des lignes, des vecteurs et sur la ligne de saisie pour des expressions vectorielles. Commentaire sur la commande déplacer.

Le professeur circule et valide grâce aux tableaux l'avancement du travail.

Pour les démonstrations :

Question 1°:

Indication n°1 : utiliser la relation de Chasles pour prouver que

$$\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad 3\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC}$$

Indication n°2: utiliser la relation de Chasles et le milieu I du segment [BC] pour prouver que

$$3\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{AI}$$

Question 2°:

Indication n°1 : utiliser la relation de Chasles pour compléter

$$\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} = \vec{ED} + \dots + \vec{ED} + \dots + \vec{ED} + \dots = \dots$$

Ramassage des documents en fin d'heure pour contrôle du travail effectué.

- iii. **Ce qui a été fait après** : correction des démonstrations.

- Les outils nécessaires ou utiles

- i. **Matériel** : salle info avec un poste par élève ou pour deux élèves.
- ii. **Fichiers** : les élèves ouvrent un nouveau fichier vierge sans repère et sans la fenêtre algèbre.
- iii. **Logiciels** : GeoGebra ou autre logiciel de géométrie dynamique

- L'évaluation

- i. **Compétences B2i**

[56] L.1.5 Je sais m'affranchir des fonctions automatiques des logiciels (saisie, mémorisation mot de passe, correction orthographique, incrémentation...)

[65] L.3.1 Je sais créer et modifier un document numérique composite transportable et publiable.

[70] L.3.6 Dans le cadre de mes activités scolaires, je sais repérer des exemples de modélisation ou de simulation et je sais citer au moins un paramètre qui influence le résultat.

- ii. **Grille d'évaluation compétences mathématiques** : voir énoncé et voir indications dans la partie organisation en classe.

- Témoignage de l'enseignant

- Peu de difficultés de prise en main du logiciel.
- L'activité a été testée à deux reprises mais sans la grille d'avancement et avec des indications systématiques pour les démonstrations.
- Les élèves se sont spontanément intéressés à la question même si la situation n'est pas introduite par un problème motivant.
- Les élèves ont par contre eu du mal à comprendre la différence de statut entre le point D (particulier) et le point E (quelconque).
- La conjecture sur la position du point D a donné lieu à un questionnement intéressant : la première réponse de beaucoup d'élèves étant le "centre du triangle". L'activité leur a alors aussi permis de se réapproprier les connaissances sur les droites remarquables d'un triangle et leur point de concours.
- Une fois que le centre de gravité a été repéré, l'introduction du milieu d'un côté pour la démonstration est assez spontanée mais encore des raisonnements sur les distances au lieu des vecteurs.
- La représentation du vecteur somme sans prendre pour origine le point E ou un autre point de la figure permet aux élèves de formuler plus naturellement l'hypothèse de la colinéarité.
- Cette activité peut être proposée à des 1^{ère} S et étendue à des problèmes plus complexes de réductions de sommes vectorielles.
- On peut demander aux élèves de vérifier la pertinence de leurs conjectures en utilisant des fonctions du logiciel comme "centre de gravité".