

Le Labyrinthe

Classe(s) : Seconde - Première

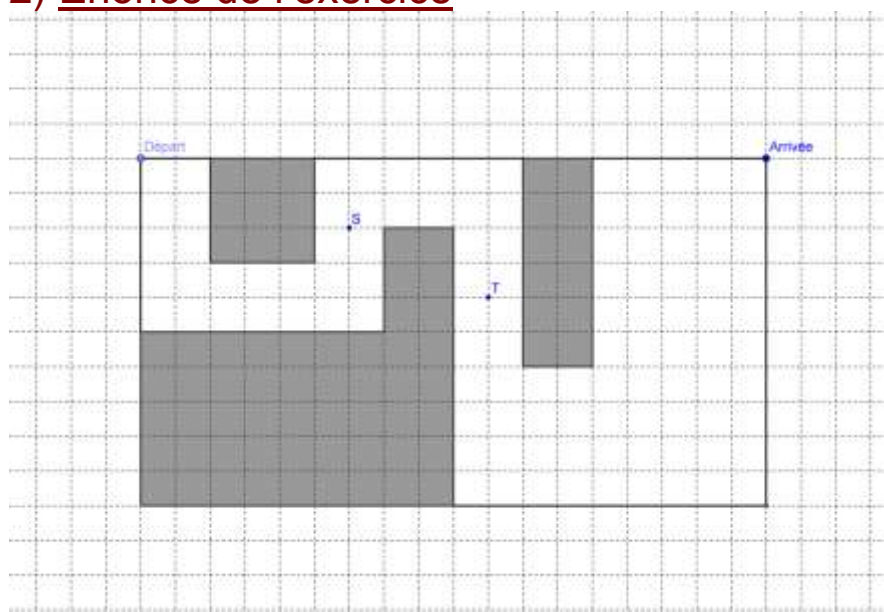


Déterminer des fonctions du second degré.

1) Objectifs

Faire le lien entre les informations données dans un énoncé, le nombre d'équations et le nombre d'inconnues.

2) Énoncé de l'exercice



L'objectif de ce TP est de déterminer trois fonctions f , g et h du second degré (du type $f(x)=ax^2+bx+c$) définies respectivement sur les intervalles $[0 ;6]$, $[6 ;10]$ et $[10 ;18]$ qui permettent de relier le Départ(0 ;10) à l'Arrivée(18 ;10).

On impose aux fonctions de passer par les points S(6 ;8) et T(10 ;6).

1. On considère l'intervalle $[0 ;6]$ sur lequel on définit la fonction f . Traduire l'énoncé par des conditions sur la fonction f :

$$f(\dots)= \dots \quad \text{et} \quad \dots$$

2. Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x)=ax^2+bx+c$.

Que peut-on dire des solutions du système défini à la question 1.

$$a=\dots \quad b=\dots \quad c=\dots$$

3. Ouvrir le fichier labyrinthe.ggb et représenter f .

Proposition pour la fonction f :

$$f(x)= \dots$$

4. Refaire les questions 1, 2 et 3 avec les fonctions g et h .

Consignes orales :

Une production écrite est demandée aux élèves. Celle-ci pourra être ramassée en fin d'heure ou donnée en devoir.

En classe de seconde il est nécessaire de guider les élèves tout au long du TP.

Au cours de nombreuses discussions pendant l'heure il est nécessaire de faire émerger les quelques points suivants :

- Avec un logiciel de calcul formel :
 - déclarer la fonction $f(x) := a * x^2 + b * x + c$
 - résoudre un système avec $\text{solve}(f(0) = 10 \wedge f(6) = 8, \{a, b, c\})$
 - les amener à comprendre qu'il vaut mieux utiliser $\text{solve}(f(0) = 10 \wedge f(6) = 8, \{b, c\})$
- Avec un logiciel de géométrie comme Geogebra :
 - charger la figure « labyrinthe »
 - créer un curseur pour faire varier a .
 - représenter la fonction $f(x) = a * x^2 - (18 * a + 1) / 3 * x + 10$

3) Scénario

Durée : 1 heure pour déterminer la première fonction. Une deuxième séance de 30 min pour terminer le travail ou demander aux élèves de terminer le travail en devoir maison (attention l'élève doit disposer des fichiers et des logiciels nécessaires).

Contenu et organisation des séances :

Ce qui a été fait avant :

Une séance d'utilisation d'un logiciel de calcul formel

Le TP vient après avoir traité les fonctions usuelles, notamment la fonction carré.

Le jour de la mise en œuvre (témoignage de l'enseignant) :

L'activité n'est pas très guidée, ce qui permet à l'enseignant de questionner les élèves et de les amener à débattre des résultats et des idées à mettre en œuvre pour résoudre le problème.

Les élèves rencontrent assez souvent des difficultés liées à la saisie des expressions, il faut donc les conseiller et les dépanner assez régulièrement tout au long du TP. Par contre ils apprécient que le logiciel calcule à leur place ce qui permet au professeur de les faire réfléchir davantage sur le sens des calculs et des résultats.

Quelques remarques pour finir :

- une question pour les élèves « est-il possible de trouver une ou des conditions supplémentaires pour avoir une solution unique ? »
- en classe de première on peut imposer aux fonctions des conditions sur les tangentes (en S et en T) pour que les « raccords » entre les trois fonctions se fassent bien !
- peut-on trouver une seule fonction f qui relie le Départ à l'Arrivée ?

Les outils nécessaires ou utiles :

Matériel : Un poste informatique par élève.

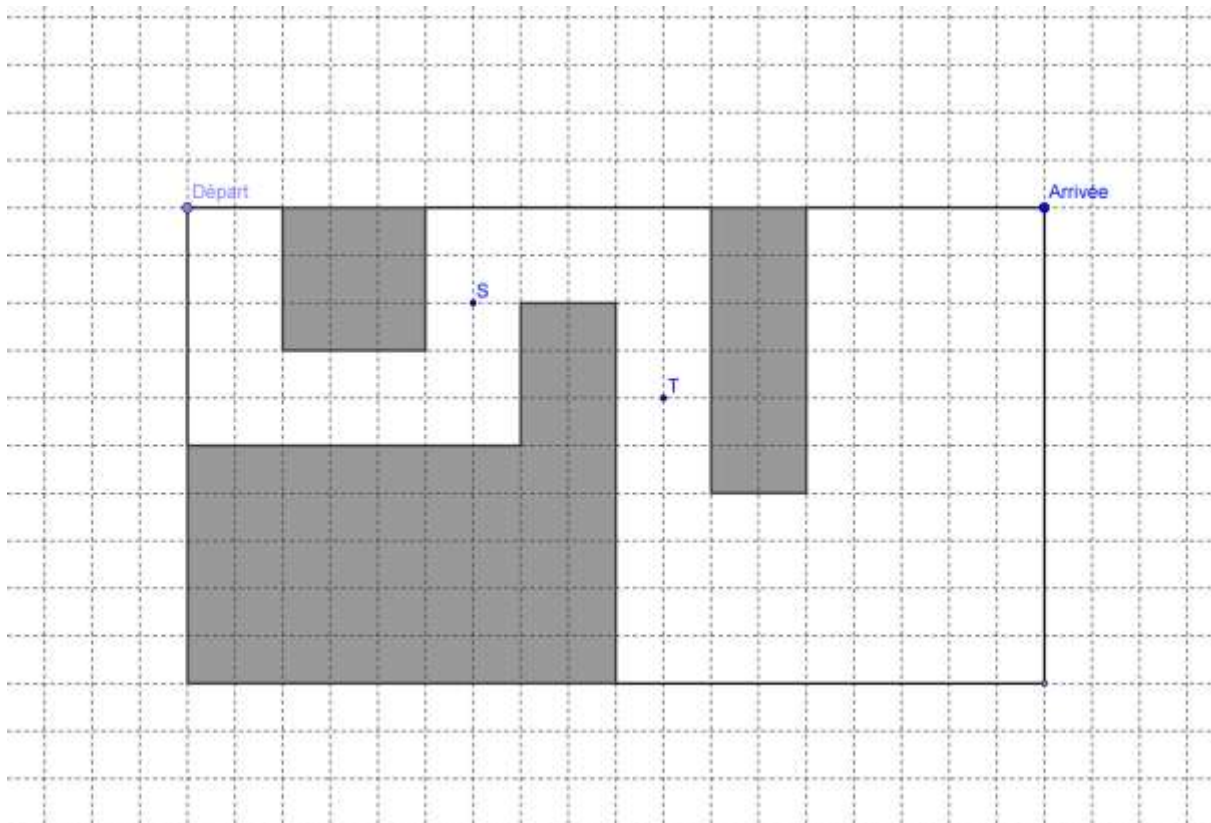
Logiciel : Un logiciel de calcul formel et un logiciel de géométrie dynamique par exemple géogebra.

L'évaluation

On peut demander aux élèves d'imprimer le labyrinthe avec les trois fonctions et une feuille avec les calculs réalisés avec le logiciel de calcul formel.

4) Énoncé élève

Le Labyrinthe



L'objectif de ce TP est de déterminer trois fonctions du second degré (du type $f(x)=ax^2+bx+c$) qui définies respectivement sur les intervalles $[0 ;6]$, $[6 ;10]$ et $[10 ;18]$ permettent de relier le Départ(0 ;10) à l'Arrivée(18 ;10).

On impose aux fonctions de passer par les points S(6 ;8) et T(10 ;6).

1. On considère l'intervalle $[0 ;6]$ sur lequel on définit la fonction f . Traduire l'énoncé par des conditions sur la fonction f :
 $f(\dots)= \dots$ et \dots
2. Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x)=ax^2+bx+c$.
Que peut-on dire des solutions du système défini à la question 1.
 $a=\dots$ $b=\dots$ $c=\dots$
3. Ouvrir le fichier labyrinthe.ggb et représenter f .
Proposition pour la fonction f :
 $f(x)= \dots$
4. Refaire les questions 1, 2 et 3 avec les fonctions g et h .

L'évaluation

Compétences B2I :

C.1.1 : Je sais m'identifier sur un réseau ou un site et mettre fin à cette identification

C.1.2 : Je sais accéder aux logiciels et aux documents disponibles à partir de mon espace de travail.

C.2.4 : Je m'interroge sur les résultats des traitements informatiques (calcul, représentation graphique, correcteur...)

Compétences mathématiques (grille d'évaluation) :

Compétences	
M1	Réaliser une production de qualité
M2	Faire une recherche active
M3	Énoncer une conjecture
M4	Savoir utiliser les outils du cours
M5	Rédiger une démonstration structurée
M6	Rédiger une démonstration complète

Commentaires :

M1 :

La production réalisée peut être une construction, un programme de construction, un tableau à compléter, des calculs à effectuer, ...

L'élève a réussi à intégrer la problématique et a su utiliser l'outil informatique pour apporter des réponses aux objectifs énoncés.

M2 :

La recherche est organisée. La démarche expérimentale est dynamique et autonome. L'élève développe lui-même les outils de son expérience : il demande par exemple d'utiliser un outil informatique plutôt qu'un autre.

La narration de la recherche permet de dégager les différentes pistes ou essais qui n'ont pas nécessairement abouti : descriptions, dessins, schémas, ...

Si l'activité se fait en groupe, tous les élèves auront participé à la recherche.

M3 :

La conjecture énoncée peut être fausse mais cohérente avec la problématique énoncée. L'élève doit être convaincu de sa conjecture.

L'élève sait distinguer le statut d'une conjecture à celui d'une propriété démontrée.

M4 :

L'élève sait appliquer ses connaissances mathématiques à bon escient.

M5 :

L'élève rédige un raisonnement cohérent à partir des données de l'énoncé mais qui n'aboutit pas nécessairement.

La rédaction, rigoureuse et organisée, s'appuie sur les outils du cours.

M6 :

La démonstration a abouti même si la rédaction n'est pas rigoureuse et structurée.

L'élève fait référence aux données nécessaires et a choisi les outils appropriés.