

## Somme de termes d'une suite

### Énoncé

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie pour tout  $n$  entier naturel par  $u_n = n^3$  et la somme de ses premiers termes  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = \sum_{k=0}^n k^3$ .

1. Donner la somme  $V_n$  des  $n+1$  premiers termes de la suite arithmétique des entiers naturels soit  $V_n = 0 + 1 + \dots + n$ .
2. Avec un tableur ou une calculatrice programmable, calculer la valeur de  $S_n$  pour  $n$  allant de 1 à 30.

Appeler le professeur, lui montrer les calculs des termes  $S_1, S_2, \dots, S_{30}$  et lui indiquer la formule donnant  $V_n$ .

3. Avec un tableur ou une calculatrice programmable, calculer la valeur de  $V_n^2$  dans les mêmes cas particuliers. Que constate-t-on ?

Appeler le professeur, lui montrer les calculs des termes  $S_n$  et  $V_n^2$  pour  $n$  de 1 à 30. Lui indiquer la formule conjecturée et la méthode retenue pour la démonstration.

4. À partir du constat ci-dessus, conjecturer une formule donnant la valeur de  $S_n$  en fonction de  $n$ , puis la démontrer.  
On suggère une démonstration par récurrence.

### Production demandée

- Formule donnée sans démonstration exprimant  $V_n$  en fonction de  $n$ .
- Tableau des valeurs exactes des suites  $S_n$  et  $V_n^2$  pour  $n$  de 1 à 30 (par exemple en imprimant la feuille de calcul).
- Formule, donnant  $S_n$  en fonction de  $n$ , conjecturée à partir du tableau précédent.
- Démonstration de la formule donnant  $S_n$  en fonction de  $n$ .