

Tangentes à une parabole

Énoncé

Le plan est rapporté à un repère orthonormal. On considère la parabole \mathcal{C} d'équation $y = \frac{1}{2}x^2$. Étant donné un réel t non nul, on se propose de mettre en évidence, puis de démontrer une propriété du point d'intersection des tangentes à la parabole \mathcal{C} aux points M et M' d'abscisses respectives t et $t' = -\frac{1}{t}$.

1. (a) À l'aide d'un logiciel adapté, tracer la parabole \mathcal{C} .
- (b) On se donne un réel t . Placer le point M d'abscisse t sur la courbe \mathcal{C} .
- (c) Tracer la droite D tangente à \mathcal{C} au point M .
Indication : Si le logiciel utilisé le nécessite, calculer d'abord le coefficient directeur de cette tangente.

Appeler l'examineur pour qu'il vérifie la construction de \mathcal{C} , M et D .

- (d) Placer le point M' d'abscisse $t' = -\frac{1}{t}$ sur la courbe \mathcal{C} . Tracer la droite D' tangente à \mathcal{C} en M' .
Placer le point d'intersection P des droites D et D' .
- (e) Lorsque t varie dans \mathbb{R}^* , à quel ensemble le point P semble-t-il appartenir ?

Appeler l'examineur pour lui présenter la figure construite et lui proposer une conjecture.

2. Démonstration

- (a) Donner les équations des droites D et D' .
- (b) Calculer les coordonnées du point P et conclure sur la propriété conjecturée.

Production demandée

- Question 1
 - Visualisation à l'écran et si possible impression de la figure réalisée avec le logiciel ;
 - Rédiger la conjecture relative au point P .
- Question 2
 - Calcul des équations des droites D et D' ;
 - Calcul des coordonnées du point P et conclusion.