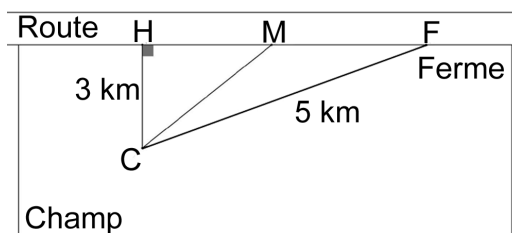


## Modélisation d'une situation géométrique

### Énoncé

Un agriculteur doit se rendre du point C de son champ à sa ferme F. Il se trouve à 3 kilomètres de la route qui mène à la ferme, et à 5 kilomètres de cette dernière, comme indiqué sur la figure suivante :



On considère que :

- \* Les points  $H$ ,  $M$  et  $F$  sont alignés sur le bord de la route
- \*  $CH = 3$ ;  $CF = 5$
- \* La droite  $(CH)$  est perpendiculaire à la droite  $(HF)$

On note  $x$  la distance  $HM$

Le fermier cherche à économiser sa consommation de carburant. Il sait que sa consommation est :

- \* d'un litre de carburant par kilomètre parcouru sur la route
- \* de  $k$  litres de carburant par kilomètre parcouru à travers champs (le facteur  $k$ , avec  $k \geq 1$ , dépend de l'état du terrain : plus le terrain est accidenté plus  $k$  est grand).

On admettra pour réaliser l'étude expérimentale que la fonction "consommation de carburant", notée  $f_k$ , est définie par : pour tout réel  $x$  de  $[0 ; 4]$ ,

$$f_k(x) = k\sqrt{x^2 + 9} + 4 - x$$

### I Étude expérimentale

1. Recherche de la consommation minimale pour  $k = 2$

*On cherche dans cette question à savoir en quel point  $M$  il faut rejoindre la route, dans le cas où la consommation à travers champ est le double de celle sur la route.*

- (a) Tracer sur la calculatrice ou le tableur, en choisissant une fenêtre adaptée, la représentation graphique de la fonction  $f_2$ .

- (b) Déterminer graphiquement ou à l'aide d'une table de valeurs un encadrement à  $10^{-1}$  près de la distance  $HM$  en kilomètres correspondant à la valeur minimale de la consommation de carburant.

Appeler l'examineur.

2. Détermination graphique de la valeur limite  $k_0$

*Le fermier, qui a un grand sens pratique, pense que si  $k$  est inférieur à une certaine valeur limite  $k_0$ , il n'est pas utile de rejoindre la route et que couper directement à travers champ n'est pas plus cher ! On cherche à vérifier cette affirmation.*

- (a) Tracer sur la calculatrice ou le tableur, en choisissant une fenêtre adaptée, les représentations graphiques des fonctions  $f_k$  pour

$$k \in \{1, 1 ; 1, 2 ; 1, 3 ; 1, 4 ; 1, 5 ; 1, 6 ; 1, 7 ; 1, 8 ; 1, 9 ; 2\}$$

Appeler l'examineur pour vérification des courbes.

- (b) Calculer  $f_k(4)$  et interpréter cette valeur dans le cadre du problème.  
 (c) Observer, expliquer et conjecturer la valeur  $k_0$  au-dessous de laquelle il est inutile de chercher à rejoindre la route.

## II Détermination de la fonction "consommation"

1. Exprimer  $CM$  en fonction de  $x$
2. Démontrer que, pour tout réel  $x$  de  $[0 ; 4]$   $f_k(x) = k\sqrt{x^2 + 9} + 4 - x$

### Production demandée

- Partie I.
  - 1.(b) Donner la valeur de la distance, en kilomètres, correspondant à la valeur minimale de la consommation de carburant.
  - 2.(b) et 2.(c) Donner la valeur exacte de  $f_k(4)$ , interprétation. Donner la valeur expérimentale de  $k_0$  et expliquer.
- Partie II.
  - Rédaction des justifications demandées.