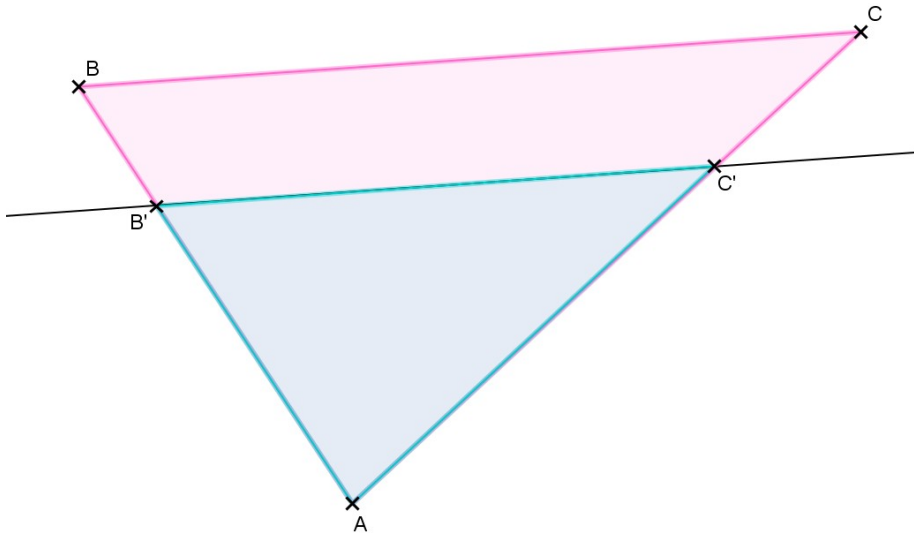


Thema Nr. 14 :

DER STRAHLENSATZ

Erinnere dich...

Der Strahlensatz :



Wir interessieren uns für das Dreieck ABC, sodass :
 $B' \in [AB]$ und $C' \in [AC]$.
Wenn $(B'C') \parallel (BC)$,
dann gilt : $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

Merke :

- $k = \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$ heißt, dass die Längen der Dreiecke ABC und AB'C' proportional zueinander sind.
- Das Dreieck AB'C' ist eine Verkleinerung des Dreiecks ABC : alle Längen des Dreiecks ABC werden mit dem Koeffizienten k multipliziert, und $k < 1$

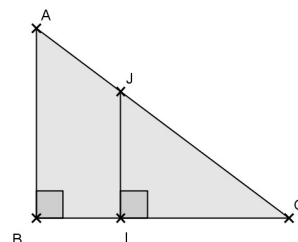
Anwendung

Der Strahlensatz basiert auf Vergleichbarkeit von Streckenlängen. Er findet bei Beweisen, Konstruktionen und Berechnungen Anwendung.

Beispiel Nr.1 :

*AOB ist ein rechtwinkliges Dreieck in B
und IOJ ist ein rechtwinkliges Dreieck in I.
 $AB = 3 \text{ cm}$, $BO = 4 \text{ cm}$ und $IJ = 2 \text{ cm}$*

Wie lang sind $[OI]$ und $[OJ]$?



- Ich berechne OA :

Das Dreieck AOB ist rechtwinklig in A.

Die Gleichung des Pythagoras ist also erfüllt :

$$\text{Hypotenuse}^2 = (\text{Kathete 1})^2 + (\text{Kathete 2})^2 \quad \text{AO}^2 = 16 + 9$$

$$\text{AO}^2 = \text{OB}^2 + \text{BA}^2 \quad \text{AO}^2 = 25$$

$$\text{AO}^2 = 4^2 + 3^2 \quad \text{AO} = 5$$

- Ich berechne OI und OJ :

Im Dreieck OAB gilt :

- I ∈ [OA]
- J ∈ [OB]
- (IJ) // (AB), weil sie beide rechtwinklig zu (AO) sind

Nach dem Strahlensatz gilt also :

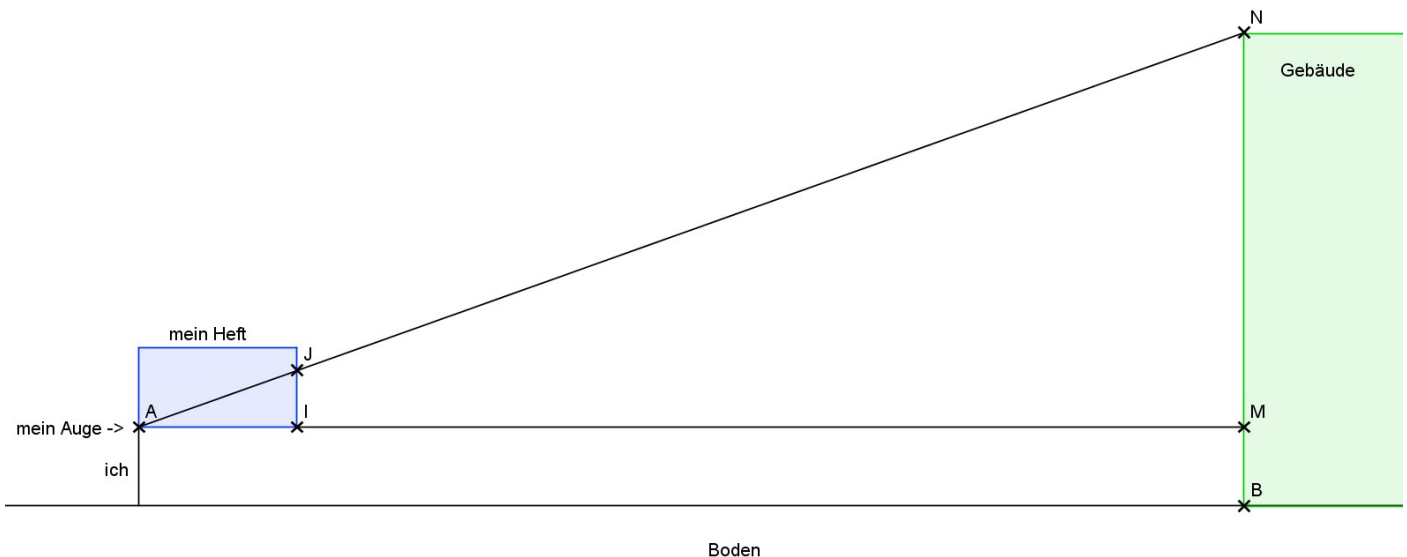
$$\frac{OI}{OB} = \frac{OJ}{OA} = \frac{IJ}{BA}$$

$$\frac{OI}{4} = \frac{OJ}{5} = \frac{2}{3}$$

daher folgt : $OI = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3} \text{ cm}$ und $OJ = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3} \text{ cm}$

Beispiel Nr.2 :

Berechnen der Höhe unserer Schule :



- BM kenne ich : Wie groß bin ich ? Also suche ich MN !
- IJ kann ich auf meinem Heft abmessen
- AI kenne ich : Wie lang ist mein Heft ?
- AM kenne ich : Wie weit stehe ich vom Gebäude entfernt ?

Wortschatz :

Was in deutschen Büchern steht...

1. Strahlensatz : « Werden Strahlen eines Büschels von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Längen der Abschnitte auf einem Strahl zueinander wie die Längen der gleich liegenden Abschnitte auf einem anderen Strahl des Büschels »

2. Strahlensatz : « Werden Strahlen eines Büschels von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Längen der zwischen denselben Strahlen liegenden Parallelenabschnitte zueinander wie die Längen der vom Scheitelpunkt aus gemessenen zugehörigen Strahlenabschnitte des Büschels »

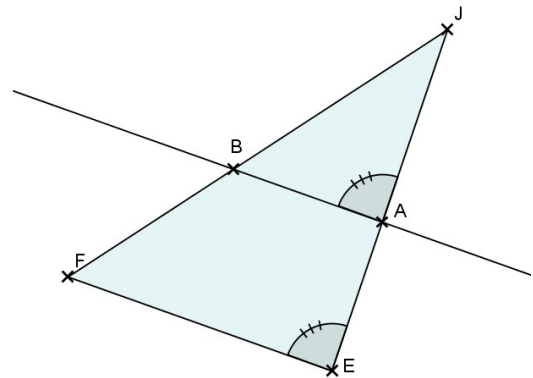
Ein paar Übungen...

Übung 1

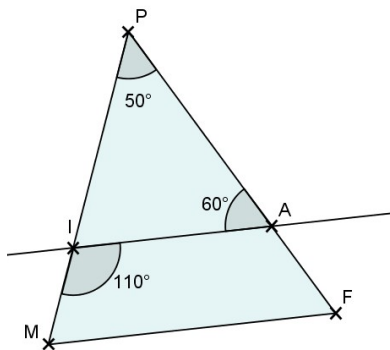
Es gilt :

- J, B und F liegen auf einer Geraden
- J, A und E liegen auf einer Geraden
- $EF = 6 \text{ cm}$; $JA = 7 \text{ cm}$; $JE = 9 \text{ cm}$; $JB = 8 \text{ cm}$

Berechne AB und JF. Gib den exakten Wert an !



On démontre que les droites (BA) et (FE) sont parallèles avant d'utiliser le théorème de Thalès pour calculer AB et JF.



Übung 2

Es gilt :

- P, A und F liegen auf einer Geraden
- (AI) und (FM) sind parallel zueinander
- $PA = 9 \text{ cm}$; $AF = 3 \text{ cm}$; $PI = 5 \text{ cm}$

Berechne MI !

On démontre que les points P, I et M sont alignés avant d'utiliser le théorème de Thalès pour calculer PM puis IM.

Übung 3

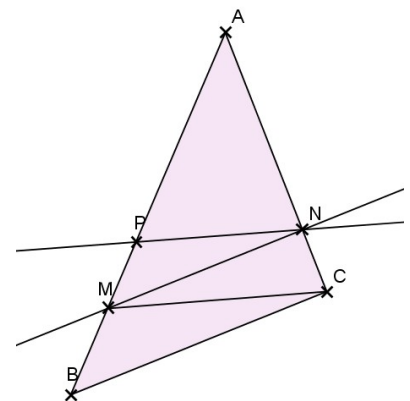
ABC ist ein Dreieck und M gehört zur Strecke [AB]

Für den Punkt N gilt : $N \in [AC]$ und $(MN) \parallel (BC)$

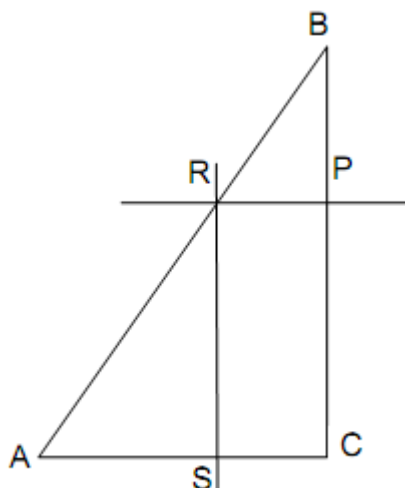
Für den Punkt P gilt : $P \in [AB]$ und $(PN) \parallel (MC)$

Vergleiche die Quotienten $\frac{AM}{AB}$ und $\frac{AP}{AM}$!

On utilise le théorème de Thalès dans deux triangles différents pour conclure à une égalité de rapports



Übung 4



Gegeben ist ein Dreieck ABC :

$AB = 17,5 \text{ cm}$; $BC = 14 \text{ cm}$; $AC = 10,5 \text{ cm}$

Der Punkt P liegt auf der Strecke [BC], 5 cm vom Punkt B entfernt

- Die Parallele durch den Punkt P zur Geraden (AC) schneidet die Strecke [AB] in R.
- Die Parallele durch den Punkt R zur Geraden (BC) schneidet die Strecke [AC] in S.

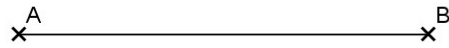
Berechne den Flächeninhalt von PRSC.

On utilise l'égalité de Pythagore pour démontrer que le triangle ABC est rectangle en C puis les propriétés des parallélogrammes pour démontrer que PRSC est un rectangle. Puis on calcule PR (et enfin l'aire de PRSC) grâce au théorème de Thalès.

Zum Knobeln...

Übung 5

1. Teile (ohne zu messen !) [AB] in fünf gleich lange Teilstrecken :



2. Zeichne auf der Geraden (CD) (und ohne zu messen !) den Punkt M so ein, dass :

$$\frac{MC}{MD} = \frac{4}{7}$$

