

## Thema Nr.3 :

# ARITHMETIK

Die Arithmetik ist die Lehre der **natürlichen Zahlen**. Sie beschäftigt sich unter anderem mit den Grundrechenarten und der Teilbarkeitslehre.

## Erinnere dich...

### Die Teilbarkeitsregeln

Die Teilbarkeitsregeln werden zur Ermittlung von Teilern verwendet.

Teiler t	Bedingung zur Teilbarkeit
2	wenn ihre Endziffer durch 2 teilbar ist
4	wenn ihre letzten beiden Ziffern eine durch 4 teilbare Zahl darstellen
8	wenn ihre letzten drei Ziffern eine durch 8 teilbare Zahl darstellen
5	wenn sie auf 0 oder 5 endet
10	wenn ihre letzte Ziffer eine 0 ist
3	wenn ihre Quersumme* durch 3 teilbar ist
6	wenn sie durch 2 und 3 teilbar ist
9	wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist

Die Quersumme einer Zahl ist die Summe ihrer Ziffern, z.B. ist für 143 die Quersumme  $1+4+3 = 8$

### Primzahlen

Eine Zahl  $p$ , die außer den Teilern 1 und  $p$  (sich selbst) keinen weiteren Teiler hat, heißt Primzahl.  
Die Zahl 1 wird nicht zu den Primzahlen gerechnet.

### Zum Staunen : die goldbachsche Vermutung

« Jede gerade Zahl  $n \geq 6$  lässt sich als Summe von zwei ungeraden Primzahlen schreiben »

Probier's mal aus !

## Gemeinsame Teiler zweier Zahlen

Ist eine Zahl  $g$  Teiler einer Zahl  $a$  und Teiler einer Zahl  $b$ , so heißt  $g$  ein gemeinsamer Teiler von  $a$  und von  $b$ .

Der größte gemeinsame Teiler zweier Zahlen wird mit ggT bezeichnet.

Zur Ermittlung des ggT zweier Zahlen kann (unter anderem) der euklidische Algorithmus verwendet werden :

$$\begin{array}{r|l} 360 & 252 \\ 108 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 252 & 108 \\ \textcircled{36} & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 108 & 36 \\ 0 & 3 \end{array}$$

Der ggT ist der letzte Rest, der ungleich 0 ist.

Hier gilt also :  $\text{ggT}(360 ; 252) = 36$

## Teilerfremde Zahlen

Zwei Zahlen heißen teilerfremd, wenn sie außer 1 keinen gemeinsamen Teiler haben.

Merke : zwei Zahlen sind teilerfremd, wenn ihr ggT gleich 1 ist.

Beispiele :

- Alle Primzahlen sind zueinander teilerfremd.
- Ein Bruch ist vollständig gekürzt wenn sein Nenner und sein Zähler teilerfremde Zahlen sind.

## Ein paar Übungen...

### Übung 1

- 1) Sind die Zahlen 555 und 240 teilerfremd ? Begründe.
- 2) Schreibe den Bruch  $\frac{240}{555}$  als einen vollständig gekürzten Bruch. Erkläre dein Verfahren.

### Übung 2

Ein Kind hat in seinem Zimmer mit Würfeln gespielt, die alle gleich groß sind. Er hat sie so aufgestapelt, dass zwei Säulen mit den Höhen 48 cm und 72 cm entstanden sind.

- Welche Höhe kann ein Würfel haben ? Gib alle Möglichkeiten an.
- Welche Höhe hat ein Würfel höchstens ?

### Übung 3

Ein Handwerker verfügt über Metallplatten, die 110 cm lang und 88 cm breit sind. Daraus will er mehrere Metallquadrate schneiden, sodass ihre Seitenlänge eine ganze Anzahl cm beträgt, und dass es keinen Verlust gibt. Wie viele Metallquadrate werden es sein, wenn sie so groß wie möglich sein sollen ?

### Übung 4

Ein Unternehmen verkauft zylinderförmige Konservendosen. Ihre Höhe beträgt 5 cm und ihr Radius 3 cm. Sie werden in einem Karton aufgeräumt, der 84 cm lang, 60 cm breit und 5 cm hoch ist, so dass sie dicht aneinander stehen.

- 1) Wie viele Dosen können in einem Karton aufgeräumt werden ?
- 2) Könnten auch größere Dosen in dem Karton aufgeräumt werden ? Wieviel ? Begründe !

### Übung 5

Ein Blumenhändler verfügt über 427 rote Rosen, 549 weiße Rosen und 793 gelbe Rosen. Er möchte alle Blumen verwenden, um ähnliche Blumensträuße zu erstellen. Rechne die höchstmögliche Anzahl der Blumensträuße, die der Blumenhändler erstellen können wird. Erläutere ihre Zusammensetzung.