

Thema Nr.18 :

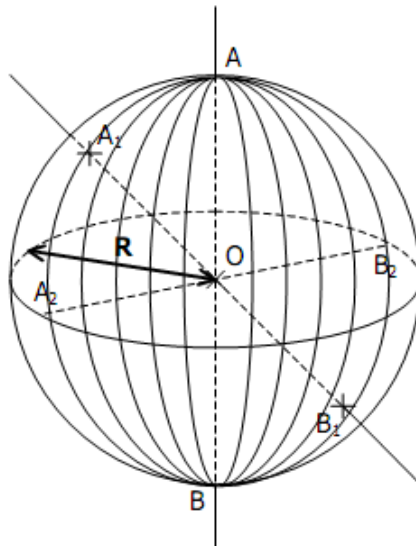
KUGEL UND KUGELFLÄCHE

Erinnere dich...

Die Kugel – Die Kugelfläche

Die **Kugelfläche** enthält alle Punkte M, die von einem festen Punkt im Raum – dem **Kugelmittelpunkt** O – den gleichen Abstand haben : $OM = R$.

Eine **Kugel** ist ein geometrischer Körper, der von einer Kugelfläche begrenzt wird : sie enthält alle Punkte M für denen folgende Ungleichung gilt : $OM \leq R$



Volumen und Flächeninhalt

- Für das **Volumen** einer Kugel mit dem Radius R gilt die Formel :

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Beispiel :

das Volumen der Erde beträgt ungefähr $\frac{4}{3} \times \pi \times 6370^3 \approx 1082$ Milliarden km^3

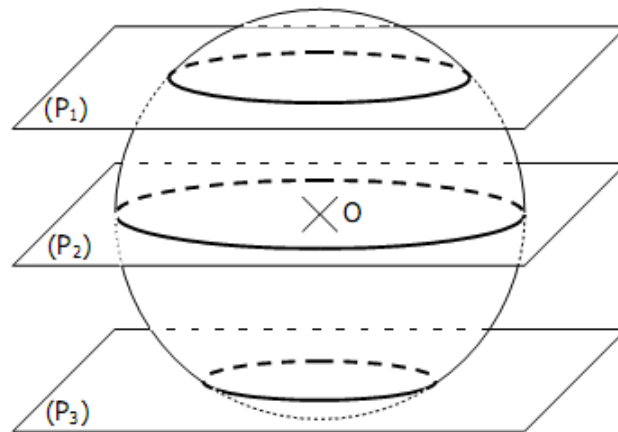
- Für den **Oberflächeninhalt** einer Kugel mit dem Radius R gilt die Formel :

$$A = 4 \pi R^2$$

Beispiel :

die Erdoberfläche beträgt ungefähr $4 \pi \times 6370^2 \approx 510$ Millionen km^2

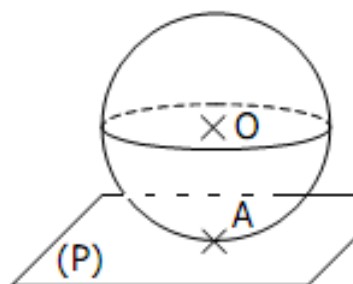
Kugelabschnitte



Beim ebenen Schnitt einer Kugel entsteht ein **Kreis**.
Geht der Schnitt durch den Kugelmittelpunkt, so heißt die Schnittfläche ein **Großkreis** der Kugel.

Tangente Ebene

Haben eine Ebene und eine Kugel genau einen Punkt gemeinsam, so sagt man, dass die Ebene an die Kugel **tangent** ist.



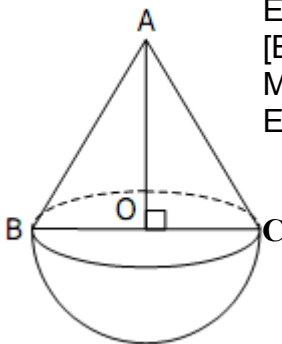
Ein paar Übungen...

Übung 1

Eine Kugel wird in 6cm Abstand von ihrem Mittelpunkt aus von einer Ebenen geschnitten. Die daraus entstehende Schnittfläche ist ein Kreis mit dem Radius 8cm und dem Mittelpunkt H.

Berechne den Flächeninhalt und den Rauminhalt der Kugel.

Übung 2



Ein Spielzeug wird aus einer Halbkugel und einem Kegel gebildet. [BC] ist ein Durchmesser der Kegelgrundfläche und O ist der Mittelpunkt dieser kreisförmigen Grundfläche. Es gilt : $AB = 7\text{cm}$ und $BC = 6\text{cm}$.

1. Berechne AO und \widehat{BAO}
2. Berechne das Volumen des Spielzeuges.

Übung 3

Ein Aquarium hat die Form einer Kugelkappe mit Mittelpunkt O (siehe Abbildung)

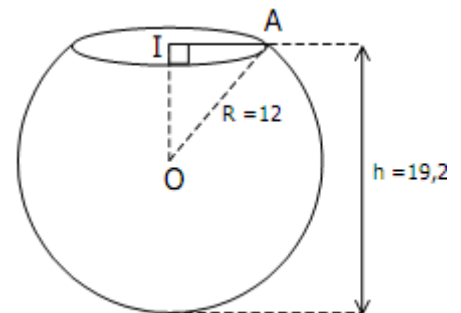
1. Berechne OI und IA .
2. Der Rauminhalt einer Kugelkappe wird dank folgender Formel berechnet :

$$V = \frac{\pi h^2}{3} \times (3R - h) \quad \text{wo } R \text{ den Radius der Kugel und } h \text{ die Höhe}$$

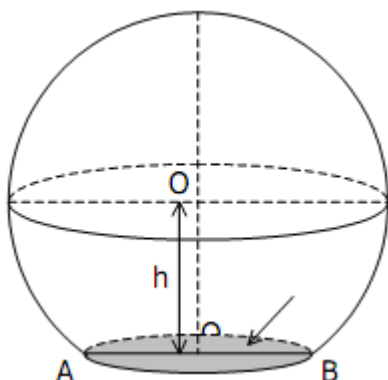
der Kugelkappe bezeichnet.

Berechne das Volumen des Aquariums.

3. Das im Aquarium enthaltene Wasser wird in einen quaderförmigen Behälter mit der Länge 26cm und der Breite 24cm umgefüllt. Wie hoch steigt das Wasser beim Umfüllen ?



Übung 4



Ein Schreiner will holzerne Kugeln mit dem Radius 10 cm erzeugen, um sie anschließend auf ein Treppengeländer zu kleben. Er arbeitet mit Würfeln, deren Kantenlänge 20 cm beträgt, und schreintert daraus die Kugeln.

1. Bestimme den Rauminhalt der bei jedem Würfel überflüssigen Holzmenge.
2. Der Schreiner schneidet dann die Kugel (mit Mittelpunkt O) an einer Ebenen entlang um sie kleben zu können. Daraus soll eine Scheibe mit dem Radius 5cm entstehen. Ermittle in welchem Abstand des Kugelmittelpunktes er die Kugel durchschneiden soll.