

Exercice 1 : Prendre une décision

Un producteur d'ananas des Antilles annonce que seulement 35% de ses fruits seront murs à leur arrivée en métropole.

Une enseigne de supermarché prélève un échantillon de 600 ananas et constate qu'il y en a déjà 234 qui sont déjà murs. Au seuil de 95 %, elle conteste donc l'affirmation du producteur et demande réparation.

Le producteur mécontent fait prélever un échantillon de 200 ananas, compte 82 fruits murs et refuse donc d'indemniser l'enseigne. Qu'en pensez-vous ?

Pour les départager, on prélève 1000 ananas. Dans quel intervalle doit se situer le nombre d'ananas murs de cet échantillon pour pouvoir donner raison au producteur, au seuil de 95% ?

B(600 ; 0,35)		B(200 ; 0,35)		B(1000 ; 0,35)	
k	P(X<=k)	k	P(X<=k)	k	P(X<=k)
0	5,5978E-113	0	3,82535E-38	0	8,1914E-188
1	1,8141E-110	1	4,15786E-36	1	4,4189E-185
...	...	2	2,24874E-34	...	...
182	0,008765416	...	...	316	0,012704865
183	0,011073521	53	0,006371305	317	0,015088858
184	0,013890143	54	0,009748517	318	0,017845963
185	0,017300539	55	0,014575804	319	0,021019925
186	0,02139781	56	0,021306155	320	0,02465701
187	0,026282174	57	0,030461614	321	0,02880571
188	0,032059874	58	0,042616274	322	0,033516359
189	0,038841675	59	0,058368207	323	0,038840658
...	...	60	0,07830046	324	0,044831128
228	0,94265624	...	...	325	0,051540454
229	0,951741293	77	0,866576827	...	...
230	0,959632225	78	0,89548868	375	0,953990076
231	0,966437923	79	0,919530278	376	0,959978484
232	0,972266543	80	0,939110311	377	0,965315632
233	0,977223468	81	0,954729711	378	0,970052162
234	0,981409642	82	0,966935114	379	0,974237842
235	0,984920273	83	0,976278638	380	0,977921071
236	0,987843891	84	0,983286282	381	0,981148452
237	0,990261736	85	0,98843579	382	0,983964449
238	0,992247432	86	0,99214362	383	0,986411125
239	0,993866922	87	0,994759755	384	0,988527951
...	...	...	...	...	...
599	1	199	1	999	1
600	1	200	1	1000	1

Réponses :

234 n'est pas dans l'intervalle [187 ; 233] : l'enseigne a raison

82 est dans l'intervalle [57 ; 83] : le producteur peut refuser d'indemniser l'enseigne

Le nombre d'ananas murs doit être dans [320 ; 380].

## Exercice 2 :

### 1<sup>ère</sup> partie :

Un fabricant affirme que 98 % de sa production est conforme au cahier des charges. Les tarifs proposés prennent donc en compte les 2% de déchets.

Un premier client teste 500 pièces où il trouve 483 pièces non défectueuses. Ce lot est-il conforme, au seuil de 95% ?

Si un deuxième client qui sur 500 pièces ne trouve qu'une seule pièce défectueuse, que doit-il en déduire ?

### 2<sup>ème</sup> partie :

Un fabricant affirme qu'au moins 98 % de sa production est conforme au cahier des charges. Les tarifs proposés prennent donc en compte les 2% de déchets éventuels.

On notera  $X$  la variable aléatoire qui, à un échantillon de 500 pièces, associe le nombre de pièces conformes. On suppose qu'elle suit la loi binomiale de paramètres  $n = 500$  et  $p = 0,98$ .

On cherchera alors le plus entier  $N$  tel que  $P(X \leq N) > 0,05$ .

Le lot du premier client où 483 pièces sont non défectueuses est-il conforme, au seuil de 95% ?

En déduire le nombre minimal de pièces non défectueuses que l'on peut obtenir dans un lot de 500 pièces sans pouvoir contester ce qu'affirme le fabricant, au seuil de 95%.

Le commercial affirme que sur 500 pièces, vous ne pourrez pas avoir plus de dix pièces défectueuses, au seuil de 95% ? Peut-on lui faire confiance ?

B(500 ; 0,98)	
k	P(X<=k)
479	0,001407755
480	0,003126343
481	0,00662783
482	0,013391077
483	0,025741353
484	0,046997098
485	0,0813569
486	0,133320797
487	0,206518402
488	0,302065275
489	0,416955994
490	0,543335786
491	0,669458184
492	0,782506919
493	0,872395569
494	0,934808133
495	0,971877414
496	0,990187844
497	0,997408859
498	0,999540364
499	0,999958976
500	1

Réponses :

Partie 1 :

483 est dans l'intervalle [483 ; 496] : le lot est donc conforme.

499 n'est pas dans l'intervalle [483 ; 496] : le lot n'est donc pas conforme. Cependant le client sera vraisemblablement satisfait par ce résultat. Le test bilatéral n'est donc pas très performant dans cette situation, on préférera établir un test unilatéral.

Partie 2 :

$N = 485$

483 n'est pas dans l'intervalle [485 ; 500] : le lot n'est donc pas conforme.

Le nombre minimal est 485.

Non, on peut avoir au plus 15 pièces défectueuses dans un lot conforme.